राजस्थान

कॉमन एलिजिबिलिटी टेस्ट (CET)



HANDWRITTEN NOTES

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

LATEST EDITION

राजस्थान CET

(RSMSSB)

(COMMON ELIGIBILTY TEST)

(12th LEVEL)

[भाग -4] गणित एवं रीजनिंग

INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

राजस्थान CET

(12th level)

भाग - 4

गणित एवं रीजनिंग

प्रस्तावना

*प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**राजस्थान CET (Senior Secondary Level)** को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर (RSMSSB)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा **"राजस्थान CET (Senior Secondary Level)" की** परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगें **/***

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302017 (RAJASTHAN)

मो : 01414045784, 8233195718

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com

Whatsapp करें - https://wa.link/gwli3t

Online Order करें - https://bit.ly/rsmssb-cet-notes

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम (2022)

गणित

1. वैदिक विधि से वर्गमूल और घनमूल	1-17
2. बहुपद एवं गुणनखंड	18-31
3. दो चरों वाले रैखिक समीकरण	32-41
4. द्विघात समीकरण	42-51
5. लघुगणक	52-57
6. अनुपात-समानुपात	58-68
7. प्रतिशतता	69-86
8. लाभ और हानि	87-103
9. साझा	104-115
10.साधारण ब्याज	116-132
11. चक्रवृद्धि ब्याज	133-142
12. रेखाएँ एवं कोण	143-150
13.समतलीय आकृतियाँ	151-176
14.समतलीय आकृतियों के क्षेत्रफल एवं परिमाप	177-195
15.ठोस आकृतियाँ	196-206
16.त्रिकोणमिति	207-225
17.सांख्यिकी	226-250

रीजनिंग

1. वर्णमाला परीक्षण	251-264
2. संख्या श्रृंखला	265-271
3. लुप्त संख्या	271-277
4. सादृश्यता	278-297
5. गणितीय संक्रियाएँ	298-309
6. सामान्य मानसिक योग्यता	310-314
7. वर्गीकरण	315-318
8. शब्दों का अर्थपूर्ण क्रम	319-323
9. कोडिंग – डिकोडिंग	323-333
10.दिशा परीक्षण	334-341
11. रक्त सम्बन्ध	341-353
12.क्रम व्यवस्था	354-362
13.कैलेंडर	363-377
14.बैठक व्यवस्था	377-385
15.न्याय वाक्य या न्याय नियमन	385-398
16.विश्लेषणात्मक योग्यता	399-430

- *कथन एवं निष्कर्ष*
- *कथन एवं मान्यताएँ*
- *कथन एवं कार्यवाही*
- *कथन एवं तर्क*

अध्याय – I

वैदिक विधि से वर्गमूल और घनमूल

वर्ग – किसी संख्या की घात 2 अर्थात् किसी संख्या को उसी संख्या से गुणा करने पर वर्ग प्राप्त होता है।

$a^2 = a \times a$

जैसे :-

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$	$22^2 = 484$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$	$23^2 = 529$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$	$24^2 = 576$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$	$26^2 = 676$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$	$27^2 = 729$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$	$28^2 = 784$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$	$29^2 = 841$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$	$30^2 = 900$

$31^2 = 961$	$41^2 = 1681$	$51^2 = 2601$
$32^2 = 1024$	$42^2 = 1764$	$52^2 = 2704$
$33^2 = 1089$	$43^2 = 1849$	$53^2 = 2809$
$34^2 = 1156$	$44^2 = 1936$	$54^2 = 2916$
$35^2 = 1225$	$45^2 = 2025$	$55^2 = 3025$
$36^2 = 1296$	$46^2 = 2116$	$56^2 = 3136$
$37^2 = 1369$	$47^2 = 2209$	$57^2 = 3249$

$38^2 = 1444$	$48^2 = 2304$	$58^2 = 3364$
$39^2 = 1521$	$49^2 = 2401$	$59^2 = 3481$
$40^2 = 1600$	$50^2 = 2500$	$60^2 = 3600$

$61^2 = 3721$	$71^2 = 5041$	$81^2 = 6561$
$62^2 = 3844$	$72^2 = 5184$	$82^2 = 6724$
$63^2 = 3969$	$73^2 = 5329$	$83^2 = 6889$
$64^2 = 4096$	$74^2 = 5476$	$84^2 = 7056$
$65^2 = 4225$	$75^2 = 5625$	$85^2 = 7225$
$66^2 = 4356$	$76^2 = 5776$	$86^2 = 7396$
$67^2 = 4489$	$77^2 = 5929$	$87^2 = 7569$
$68^2 = 4624$	$78^2 = 6084$	$88^2 = 7744$
$69^2 = 4761$	$79^2 = 6241$	$89^2 = 7921$
$70^2 = 4900$	$80^2 = 6400$	$90^2 = 8100$

$91^2 = 8281$	$101^2 = 10201$	$111^2 = 12321$
$92^2 = 8464$	$102^2 = 10404$	$112^2 = 12544$
$93^2 = 8649$	$103^2 = 10609$	$113^2 = 12769$
$94^2 = 8836$	$104^2 = 10816$	$114^2 = 12996$
$95^2 = 9025$	$105^2 = 11025$	$115^2 = 13225$
$96^2 = 9216$	$106^2 = 11236$	$116^2 = 13456$
$97^2 = 9409$	$107^2 = 11449$	$117^2 = 13689$
$98^2 = 9604$	$108^2 = 11664$	$118^2 = 13924$
$99^2 = 9801$	$109^2 = 11881$	$119^2 = 14161$
$100^2 = 10000$	$110^2 = 12100$	$120^2 = 14400$

Important Rules :-

Rule 1. 26 से 75 तक का वर्ग ज्ञात करने की विधि :- 26 से 75 तक संख्याओं का वर्ग ज्ञात करने के लिए मध्य की संख्या 50 को आधार मानते हैं। जिस संख्या का वर्ग ज्ञात करना हो उस संख्या का 50 से अंतर कर देते हैं। संख्या 50 से जितनी कम या अधिक हो उस का वर्ग करके 2 अंकों में लिखते हैं। (यदि वर्ग । अंक में हो तो पहले शून्य लगाकर दो अंक बनाते हैं और यदि 3 अंक में हो तो तीसरे अंक को हासिल के रूप में लेते हैं) फिर संख्या 50 से जितनी कम हैं उसे 25 में से घटाकर व 50 से जितने अधिक हैं उसे 25 में जोड़कर लिखते है यदि हासिल हो तो उसे भी जोड़कर लिखते हैं।

उदाहरण :-

- $36^2 = 50 - 36 = 14$

  $14^2 = 196$ (यहाँ 96 लिखेंगे तथा । को हासिल रखेंगे)

  $25-14 = 11$

  $11 + 1 = 12 \quad \therefore 36^2 = 1296$

- $48^2 = 50 - 48 = 2$

  $2^2 = 04$

  $25-2 = 23 \quad \therefore 48^2 = 2304$

- $53^2 = 53 - 50 = 3$

  $3^2 = 09$

  $25 + 3 = 28 \quad \therefore 53^2 = 2809$

- $42^2 = 50 - 42 = 8$

  $8^2 = 64$

  $25-8 = 17 \quad \therefore 42^2 = 1764$

- $72^2 = 72 - 50 = 22$

  $22^2 = 484$ (यहाँ 84 लिखेंगे तथा 4 को हासिल रखेंगे)

  $25 + 22 = 47$

  $47 + 4 = 51 \quad \therefore 72^2 = 5184$

- $59^2 = 59 - 50 = 9$

  $9^2 = 81$

  $25 + 9 = 34 \quad \therefore 59^2 = 3481$

Rule 2. 76 से 125 तक का वर्ग ज्ञात करने की विधि :- 76 से 125 तक संख्याओं का वर्ग ज्ञात करने के लिए मध्य की संख्या 100 को आधार मानते हैं। जिस संख्या का वर्ग ज्ञात करना हो उस संख्या का 100 से अंतर कर देते हैं। संख्या 100 से जितनी कम या अधिक हो उस का वर्ग करके 2 अंकों में लिखते हैं। (यदि वर्ग । अंक में हो तो पहले शून्य लगाकर दो अंक बनाते हैं और यदि 3 अंक में हो तो तीसरे अंक को हासिल के रूप में लेते हैं।) फिर संख्या 100 से जितनी कम हो उसे उसी संख्या में से घटाकर तथा जितनी अधिक हो उसे उसी संख्या में जोड़कर लिखते हैं। यदि हासिल हो तो उसे भी जोड़कर लिखते हैं।

उदाहरण :-

- $98^2 = 100 - 98 = 2$

  $2^2 = 04$

  $98-2 = 96 \quad \therefore 98^2 = 9604$

- $93^2 = 100 - 93 = 7$

  $7^2 = 49$

  $93-7 = 86 \quad \therefore 93^2 = 8649$

- $76^2 = 100 - 76 = 24$

  $24^2 = 576$ (यहाँ 76 लिखेंगे तथा 5 को हासिल रखेंगे)

  $76 - 24 = 52$

  $52 + 5 = 57 \quad \therefore 76^2 = 5776$

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

- $118^2 = 118 - 100 = 18$

$18^2 = 324$ (यहाँ 24 लिखेंगे तथा 3 को हासिल रखेंगे)

$118 + 18 = 136$

$136 + 3 = 139 \quad \therefore 118^2 = 13924$

- $103^2 = 103 - 100 = 3$

$3^2 = 09$

$103 + 3 = 106 \quad \therefore 103^2 = 10609$

- $106^2 = 106 - 100 = 6$

$6^2 = 36$

$106 + 6 = 112 \quad \therefore 106^2 = 11236$

वर्ग संख्याएँ ज्ञात करने की अन्य ट्रिक :-

NOTES : 1 से 999 तक कोई भी संख्या का चयन करे|

Eg-37= $(37)^2$

Step 1

2 अंको वाली संख्या में दोनों संख्याओं का वर्ग निकाल लेना :

$(37)^2$

$(3)^2$ $(7)^2$

फिर वर्ग वाली संख्याओं तथा 2 का गुणन करना ।

उसके बाद

9 42 49

2 से गुणन ।

$3 \times 7 \times 2 = 42$

1369

* उस गुणन संख्या को बीच रिक्त करना|
* फिर बांये से एक छोड़कर जोड़ कर के लिखा ।
* वर्ग सफल ।

वैदिक विधियों द्वारा वर्ग :-

वर्ग संक्रिया निम्न सूत्र - उपसूत्रों द्वारा सम्पन्न की जा सकती है:-

1. **सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण** आधारित विधि उन्हीं संख्याओं का वर्ग ज्ञात कर सकती है, जिनका इकाई अंक या चरम अंक 5 होता है।

किसी भी संख्या का वर्ग निम्न उपसूत्र से प्राप्त किया जा सकता है.

"यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्ग च योजयेत्"

हिन्दी अनुवाद : संख्या को पूरक से घटाने पर जो प्राप्त हो और पूरक का वर्ग.

Step1 : दायाँ पक्ष : पूरक का वर्ग,

Step2 : बायाँ पक्ष : संख्या को उसके पूरक से घटाएं (धन हासिल).

यहाँ दाएँ पक्ष में आधार के शून्य के बराबर अंक होने चाहिए. यदि अंकों की संख्या कम है तो उसके आगे शून्य जोड़ें और यदि अंक्रों की संख्या ज्याद है तो पूर्व अंकों को हासिल मान कर बाएँ पक्ष में जोड़, दें ;-

उदाहरण : 96 का वर्ग करें.

यहाँ क्रियात्मक आधार 100 है और पूरक 4 है .

Step1: दायां पक्ष : पूरक का वर्ग करें $[4^2]$.

Step2 : बायां पक्ष : संख्या को उसके पूरक से घटाएं.

[96-4].

$(96)^2 = [96 - 4][4^2] = [92]\ [16] = 9216.$

उदाहरण : $(9992)^2 = ?$

Example : $89^2 = 89 \times 89$

इष्ट संख्या = 1

$89^2 = (89+1)(89-1) + 1^2$

$= 90 \times 88 + 1$

$= 7920 + 1$

$= 7921$

5. **सूत्र ऊर्ध्वतिर्यक आधारित द्वन्द्वयोग विधि** - से कितने भी अंकों की संख्या का वर्ग सरलता से ज्ञात किया जा सकता है।

Example: $32^2 = 32 \times 32$

32 के अंक समूह = 3, 32 व 2

32^2 = 3 का द्वन्द्व योग / 32 का द्वन्द्व योग / 2 का द्वन्द्व योग

$= 3^2 / (3\times2) \times 2 / 2^2$

$= 9 / 12 / 4$

$= 9 / {}_1 2 / 4$

$= 1024$

Example: $342^2 = 342 \times 342$

342 के अंक समूह = 3, 34, 342, 42 व 2

$342^2 = 3^2 / (3\times4) \times 2 / (3\times2) \times 2 + 4^2 / (4\times2) \times 2 / 2^2$

$= 9 / 24 / 12+16 / 16 / 4$

$= 9 / 24 / 28 / 16 / 4$

$= 9 / {}_2 4 / {}_2 8 / {}_1 6 / 4$

$= 116964$

वर्गमूलः- किसी संख्या का वर्गमूल वह संख्या है जिसे अपने से गुणा करने पर दी गई संख्या प्राप्त हो।

x के वर्गमूल को $\sqrt{x}$ से व्यक्त करते हैं.

जैसेः $\sqrt{9} = 3$ (ii) $\sqrt{16} = 4$ (iii) $\sqrt{64} = 8$

किसी भी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए 2-2 अंकों के जोडें बनाये जाते हैं। जोडें हमेशा दाईं(right) ओर से बनते हैं।

जैसे - $\sqrt{\ 3\ \underline{62}\ \underline{54}\ \underline{46}}$

दशमलव संख्याओं के बाद वाली संख्याओं के जोड़े हमेशा बाईं ओर से बनते हैं।

जैसे - $\sqrt{\ \underline{54}.\ \underline{62}\ \underline{45}\ \underline{46}}$

Ex-1. $\sqrt{1225} = ?$

Ans $1225 = (5\times5\times7\times7)$

$= (5^2 \times 7^2)$

$\sqrt{1225} = (5\times7) = 35$

Ex-2. $\sqrt{4356} = ?$

Ans: $\sqrt{4356} = (2\times2\times3\times3\times11\times11)$

$= (2^2\times3^2\times11^2)$

$\sqrt{4356} = (2\times3\times11) = 66$

दशमलव संख्याओं का वर्गमूल संख्या से बड़ा होता है !

जैसे -

$\sqrt{0.1} = 0.3162$	$\sqrt{0.2} = 0.4472$
$\sqrt{0.3} = 0.5477$	$\sqrt{0.4} = 0.6324$
$\sqrt{0.5} = 0.7071$	$\sqrt{0.6} = 0.7745$
$\sqrt{0.7} = 0.8366$	$\sqrt{0.8} = 0.8944$
$\sqrt{0.9} = 0.9486$	

दशमलव संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात करने का तरीका :-

	0.632
6	0.400000
6	36
123	400
3	369
1262	3100
2	2524
1264	576

(1) किसी संख्या का वर्गमूल हमेशा घनात्मक व ऋणात्मक दोनों होता है ! **जैसे** - $\sqrt{4} = \pm 2$, $\sqrt{25} = \pm 5$

(2) किसी संख्या में इकाई के स्थान पर 2,3,7,8 हो तो वह संख्या कभी भी पूर्ण वर्ग संख्या नहीं होती है !

(3) 1 से 9 तक संख्याओं के वर्गमूल -

$\sqrt{1} = 1.00$	$\sqrt{2} = 1.4142$
$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{4} = 2.00$
$\sqrt{5} = 2.236$	$\sqrt{6} = 2.449$
$\sqrt{7} = 2.654$	$\sqrt{8} = 2.828$
$\sqrt{9} = 3.00$	

(4) वर्गमूल ज्ञात करने की संक्षिप्त विधि -

Table :1

1 = 1,9
4 = 2,8
5 = 5
6 = 4,6

9 = 3,7

किसी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए संख्या का इकाई का अंक देखते हैं ! इकाई के अंक का मान सारणी के अनुसार रख देते हैं ! फिर इकाई व दहाई दो अंकों को छोड़ देते हैं शेष बचे अंकों से पहले की पूर्ण वर्ग संख्या देखते हैं ! उसका मान लिख देते हैं ! इस प्रकार हमारे पास दो विकल्प बनते हैं फिर बचे हुए अंकों व उससे पहले तथा बाद की पूर्ण वर्ग संख्या की तुलना करते हैं ! यदि पहले वाली पूर्ण वर्ग संख्या के पास हैं तो छोटी संख्या तथा बाद वाली पूर्ण वर्ग संख्या के पास हैं तो बड़ी संख्या उत्तर होगा !

उदाहरण -

$\sqrt{3364}$

25 36 52

58 ans.

दी गई संख्या 3364 का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए इकाई का अंक 4 मिलता हैं ! सारणी से 4 का मान 2 व 8 लिख देते हैं ! फिर दो अंक छोड़ने के बाद शेष बचा 33 अतः 33 से पहले पूर्ण वर्ग संख्या है ! 25 , इसलिए 25 का वर्गमूल अर्थात 5 होता है ! इस प्रकार हमारे पास दो विकल्प हुए 52 व 58 , फिर देखते हैं कि 33 से पहले पूर्ण वर्ग 25 व बाद में 36 हैं ! संख्या 33 , बड़ी पूर्व वर्ग संख्या 36 के नजदीक हैं ! अतः हमारा उत्तर बड़े वाली संख्या अर्थात 58 होगा !

Ex -

$\sqrt{15346}$

144 169 124

126

∴ 15376 का वर्गमूल = 124

(5) वर्गमूल में लगभग मान ज्ञात करने के लिए-

$\sqrt{x \pm y} = \sqrt{x} \pm \frac{y}{2\sqrt{x}}$

उदाहरण I- $\sqrt{15} = \sqrt{16-1} = 4 - \frac{1}{2\times 4}$

$= 4 - \frac{1}{8} = 3.87$

उदाहरण2- $\sqrt{18} = \sqrt{16+2} = 4 + \frac{2}{2\times 4}$

$= 4.25$

Note - *संख्या को दो भागों में तोड़ते हैं ! पहला भाग पूर्ण वर्ग संख्या होता हैं ! संख्या जिस पूर्ण वर्ग संख्या के पास हैं वो मान लेते हैं!*

दो विशेष सूत्रः -

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Ex-I. $\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{288}} = ?$

$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{288}} = \sqrt{\frac{162}{288}} = \sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ **Ans.**

वैदिक विधियों द्वारा वर्गमूल :-

Q.I 2116

हलः

भाग विधि से—

	4 6
4	21 16
× 4	−16
86	516
× 6	−516
	×

अतः $\sqrt{2116} = 46$

Q.2 59049

हलः

भाग विधि से-

	2 4 3
2	5 90 49
× 2	−4
44	190
4	−176
483	1449
× 3	1449
	×

अतः $\sqrt{59049} = 243$ उत्तर

Q.3. 1265625

	1 1.2 5
1	1 26 56 25
× 1	1
21	26
× 1	− 21
222	556
× 2	− 444
2245	11225
× 5	− 11225
	×

अतः $\sqrt{1265625} = 1125$ उत्तर

Q.4.1522756

हलः

भाग विधि से—

	1 1.2 5
1	1 26 56 25
× 1	1
21	26
× 1	− 21
222	556
× 2	− 444
2245	11225
× 5	− 11225
	×

अतः $\sqrt{1265625} = 1125$ उत्तर

D. 510

Ans. $(\sqrt{65025})^2 = (?)^2$

$\Rightarrow ? = \sqrt{65025} = 255$

Q.10 ?/529 = 329/?

A. 404

B. 408

C. 410

D. 414

E. इनमें से कोई नहीं

Ans.. ?/529 = 329/?

$\Rightarrow (?)^2 = 329 \times 529$

$\Rightarrow (?)^2 = 174041 = 417.18$

Q.11

$$\sqrt{\frac{0.049 \times .016 \times 0.09}{0.81 \times .036 \times 0.064}}$$

Ans. दिये गये वर्गमूल के अंश में दशमलव स्थानों का योग = (3+3+2)=8

तथा हर में दशमलव स्थानों का योग

=(2+3+3) = 8.

अतः हम दशमलव बिन्दुओं को हटा सकते हैं.

$$\sqrt{\frac{49 \times 16 \times 9}{81 \times 36 \times 64}} = \frac{7 \times 4 \times 3}{9 \times 6 \times 8} = \frac{7}{36}$$

Q.12

$\frac{64}{0.04}$ का वर्गमूल ज्ञात करों ?

हल - $\sqrt{\frac{64}{0.04}} = \frac{8}{0.2} = \frac{80}{2} = 40$

Q.13

$\sqrt{\frac{289}{x}} = \frac{1}{5}$ हो तो x का मान क्या होगा ?

हल - $\sqrt{\frac{289}{x}} = \frac{1}{5} = \frac{17}{\sqrt{x}} = \frac{1}{5} = \sqrt{x} = 85$

$= x = 85^2$

$\therefore x = 7225$

Q.14

$$\sqrt{\frac{0.081 \times 0.484}{0.0064 \times 6.25}} = ?$$

हल – चूकी दी गई संख्या में अंश व हर दोनों के 6-6 अंकों पर दशमलव हैं ! अतः दशमलव हट जायेगी व हल इस प्रकार होगा !

$$\sqrt{\frac{81 \times 484}{64 \times 625}} = \frac{9 \times 22}{8 \times 25} = \frac{99}{100} = 0.99$$

Q.15

$\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$ हो तो x का मान क्या होगा ?

हल- $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$

दोनों तरफ वर्ग करने पर ,

$= 5 + x^{\frac{1}{3}} = 9$

$\sqrt[3]{x} = 9 - 5$

$x^{\frac{1}{3}} = 4$

$x = 4^3$

$x = 64$

Q.16

$\sqrt{0.000441}$ का मान ज्ञात करें ?

हल - $\sqrt{0.000441} = \sqrt{\frac{441}{1000000}} = \frac{21}{1000} = 0.021$ Ans

Q.17

दो प्राकृत संख्याएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं तथा उनका गुणनफल 2160 हैं ! उनमें छोटी संख्या होगी ?

हल – दो प्राकृत संख्याएँ = 3x, 5x

$3x \times 5x = 2160$

$15x^2 = 2160$

$x^2 = \frac{2160}{15} = 144$

$x = \sqrt{144} = 12$

संख्याएँ = (3×12) , $(5 \times 12) = (36 , 60)$

अतः छोटी संख्या = 36

Q.18

यदि $\sqrt{2^x} = 256$ हैं , तो x का मान होगा –

हल - $\sqrt{2^x} = 256$

$(\sqrt{2^x})^2 = (256)^2$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$2^x = (256)^2 = 2^x = (2^8)^2$

$2^x = 2^{16} = x = 16$

Q.19

यदि a तथा b ऐसे धन पूर्णांक हैं कि $a^2 - b^2 = 19$ हैं , तो a का मान होगा?

हल – $a^2 - b^2 = 19$

या $a^2 - b^2 = 100 - 81 = 19$

या $a^2 = 100$

या $a = 10$

Q.20

120 तथा 300 के बीच कितनी पूर्ण वर्ग संख्याएँ हैं ?

हल – 120 से 300 के मध्य पूर्ण वर्ग संख्या = 300 से तुरन्त पहले वर्ग संख्या 289 जोकि 17 का वर्ग है तथा 120 से तुरन्त पहले पूर्ण वर्ग संख्या = 100 जोकि 10 का वर्ग हैं !

∴ 120 से 300 के मध्य कुल पूर्ण वर्ग संख्या = 17 – 10 = 7 होंगी !

घनफल :-

घनफल संक्रिया निम्न सूत्र - उपसूत्रों द्वारा सम्पन्न की जा सकती है।

1. सूत्र निखिलम् (आधार - उपाधार)

(i) आधार विधि -

घनफल = संख्या + (विचलन) × 2/3 × (विचलन)² /(विचलन)³ , जबकि विचलन = संख्या – आधार अथवा उपाधार

(ii) उपाधार विधि -

आधार विधि के समान इस विधि में भी गुणन संक्रिया के तीन खण्ड होते हैं।

(a) प्रथमखण्ड = (उपाधार अंक)²(संख्या + विचलन × 2)

(b) मध्यखण्ड = (उपाधार अंक) × 3 × (विचलन)²

(c) तृतीयखण्ड = (विचलन)³

आधार में जितने शून्य, उतने ही अंक मध्य एवं तृतीयखण्ड में रखे जाते हैं।

घनमूलः- किसी संख्या a का घनमूल b होगा, यदि $a=b^3$ हो.

हम इसे लिखते हैं : $\sqrt[3]{a} = b$.

जैसेः (i) : $\sqrt[3]{8} = 2$

(ii) $\sqrt[3]{125} = 5$

(III) $\sqrt[3]{216} = 6$

1 से 100 तक घनमूल :-

$\sqrt[3]{1}$	1	$\sqrt[3]{132,651}$	51
$\sqrt[3]{8}$	2	$\sqrt[3]{140,608}$	52
$\sqrt[3]{27}$	3	$\sqrt[3]{148,877}$	53
$\sqrt[3]{64}$	4	$\sqrt[3]{157,464}$	54
$\sqrt[3]{125}$	5	$\sqrt[3]{166,375}$	55
$\sqrt[3]{216}$	6	$\sqrt[3]{175,616}$	56
$\sqrt[3]{343}$	7	$\sqrt[3]{185,193}$	57
$\sqrt[3]{512}$	8	$\sqrt[3]{195,112}$	58
$\sqrt[3]{729}$	9	$\sqrt[3]{205,379}$	59
$\sqrt[3]{1,000}$	10	$\sqrt[3]{216,000}$	60
$\sqrt[3]{1,331}$	11	$\sqrt[3]{226,981}$	61
$\sqrt[3]{1,728}$	12	$\sqrt[3]{238,328}$	62
$\sqrt[3]{2,197}$	13	$\sqrt[3]{250,047}$	63
$\sqrt[3]{2,744}$	14	$\sqrt[3]{262,144}$	64
$\sqrt[3]{3,375}$	15	$\sqrt[3]{274,625}$	65
$\sqrt[3]{4,096}$	16	$\sqrt[3]{287,496}$	66
$\sqrt[3]{4,913}$	17	$\sqrt[3]{300,763}$	67
$\sqrt[3]{5,832}$	18	$\sqrt[3]{314,432}$	68
$\sqrt[3]{6,859}$	19	$\sqrt[3]{328,509}$	69
$\sqrt[3]{8,000}$	20	$\sqrt[3]{343,000}$	70
$\sqrt[3]{9,261}$	21	$\sqrt[3]{357,911}$	71
$\sqrt[3]{10,648}$	22	$\sqrt[3]{373,248}$	72
$\sqrt[3]{12,167}$	23	$\sqrt[3]{389,017}$	73
$\sqrt[3]{13,824}$	24	$\sqrt[3]{405,224}$	74
$\sqrt[3]{15,625}$	25	$\sqrt[3]{421,875}$	75
$\sqrt[3]{17,576}$	26	$\sqrt[3]{438,976}$	76
$\sqrt[3]{19,683}$	27	$\sqrt[3]{456,533}$	77
$\sqrt[3]{21,952}$	28	$\sqrt[3]{474,552}$	78
$\sqrt[3]{24,389}$	29	$\sqrt[3]{493,039}$	79
$\sqrt[3]{27,000}$	30	$\sqrt[3]{512,000}$	80
$\sqrt[3]{29,791}$	31	$\sqrt[3]{531,441}$	81
$\sqrt[3]{32,768}$	32	$\sqrt[3]{551,368}$	82
$\sqrt[3]{35,937}$	33	$\sqrt[3]{571,787}$	83

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

अध्याय – 8

लाभ और हानि

(Profit and Loss)

(1) क्रय मूल्य (cp) :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है वह उस वस्तु का क्रय मूल्य कहलाता है।

क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ

Note - SP>CP = लाभ

(2) विक्रय मूल्य (sp) :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है उसे उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहते हैं।

विक्रय मूल्य = क्रय मुल्य + लाभ

Note - SP < CP = हानि

SP = विक्रय मुल्य P = लाभ

Mark Price (m.p) =अंकित मुल्य

CP = क्रय मुल्य Loss (L) = हानि

Discount(D) =बट्टा/छुट

$P = SP - CP$, $P\% = \frac{p}{CP} \times 100$

$Loss = CP-SP$, $L\% = \frac{L}{CP} \times 100$

$SP=CP\times \frac{100\pm लाभ/हानि}{100}$

$CP=sp\times \frac{100}{100\pm लाभ/हानि}$

Discount = अंकित मुल्य(MP) - विक्रय मुल्य(SP)

$D\% = \frac{D}{MP\times 100}$ $ISP = \frac{MP\times(100-D)}{6100}$

$MP=\frac{SP\times 100}{(100-D)}$

$\frac{CP\times(100+P)}{100} = \frac{MP\times(100-P)}{100} = \frac{CP}{MP} = \frac{100-P}{100+P}$

CP MP

100-D 100+D

Type-1 = साधारण प्रश्न :-

(1) एक पुस्तक का क्रय मुल्य 110 Rs तथा विक्रय मुल्य 123.20 Rs है इसे बेचने पर पुस्तक विक्रेता को कितने % लाभ होगा ?

लाभ (P) = SP – CP

= 123.20-110

= 13.20

$= \frac{13.20}{110} \times 100 = 12$ % **ans.**

(2) एक साईकिल को 1960 Rs में खरीदकर Rs 1862 में बैंचे जाने पर कितने % हानि होगीं ?

हानि (loss) = CP – SP

= 1960 – 1862 = 98

$L\% = \frac{L}{CP} \times 100$

$= \frac{98}{1960} \times 100$

= 5 % **ans.**

(3) एक कुर्सी को 873 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है। कुर्सी का क्रय – मूल्य है ?

10% = 1/10L SP = CP-L

10 1 = 10 -1

970 Rs 9 = 873 , 1 = 97

10 = 97 × 10 CP = 970 Rs

Type – 2 - जब कोई वस्तु दो बार बेची जाये

(1) एक घड़ी को 2880 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है वह इसे कितने में बेचे कि उसे 5% लाभ हो ?

दूसरी बार का विक्रय मूल्य = पहली बार का विक्रय मूल्य × (100+_दूसरा%)/(100+_ पहला%)

= 2880 × (100+5)/100-10

=2880 × 105/90

= 32 × 105

दूसरी बार का विक्रय मू. = 3360 Rs

2 Method

माना CP = 100 90=2880

100 5% → (SP)2 1= 32

-10 105 105 =

32 × 105

90 =3360 RS (SP)1

(2) एक दुकानदार ने एक साईकिल 10% हानि पर बेची. वह साईकिल को कितने RS में बेचता कि उसे 19% की हानि होती हो ? यदि 10% हानि पर विक्रय मूल्य Rs 1200 हो.

CP = 100

100 – 19% SP2 90 = 1200

-10% 81 81 = 1200×81/90

SP1= 90 SP2 = 1080

(3) एक कुर्सी को Rs 720 में बेचने पर दुकानदार को 25% हानि होती है. वह कुर्सी को कितने Rs में बेचे कि उसे इस पर 25% लाभ हो ?

CP = 100 (माना)

100 + 25 125

-25%

75

75= 720 Rs

$125 = \frac{720}{75} \times 125$

= 1200 Rs

(4) एक Rs में 9 वस्तुएँ लेकर , एक व्यक्ति को 4-x हानि हुई तदनुसार 44% लाभ अर्जित करने के लिये उस व्यक्ति को 1 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए ?

Let CP =100

100 + 44% 144

-4x

96

96 = 1

1 Rs 144 = 1/96 × 144

9 वस्तुओं का SP=3/2 Rs

3/2 = 9 वस्तुएँ

1 Rs = $9 \times \frac{2}{3}$s

= 6 वस्तुएँ

(5) 20 वस्तुओं को Rs 160 में बेचने पर एक व्यक्ति को 20% हानि हो जाती है तदनुसार 20% लाभ कमाने के लिये उस व्यक्ति को 240 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए

Let CP = 100

100 → + 20% → 120

-20% ↓

80

80 = 160

1 = 2

120 = 120 × 2

20 वस्तुओं का SP = 240 Rs

240Rs में 20 वस्तुएँ बेची जाये.

Type – 3 जब एक वस्तु कई बार खरीदी या बेची जाये –

(1) राम ने एक साईकिल Rs 1000 में ख़रीदा और 20% का लाभ लेकर उसे श्याम को बेंच दिया. श्याम ने 10% का घाटे में उसे मोहन को बेंच दिया. बताइए मोहन ने साईकिल कितने Rs में खरीदी ?

20% = $\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

10% = $\frac{-1}{10} = \frac{9}{10}$

माना मोहन ने x Rs में खरीदी

1000 × 6/5 × 9/10 = x

x = 1080 Rs

2 Method

20% = $\frac{1}{5}$

10%

प्रारम्भिक मूल्य अंकित मूल्य

5 6

10 9

50 54

x20 x20

1000 1080

मोहन ने 1080 में खरीदी !

(2) A ने कोई वस्तु B को 25% लाभ पर ,B ने वह वस्तु C को 20% लाभ पर तथा C ने D को 10% लाभ पर बेची ! यदि D ने इसे Rs 330 Rs में खरीदी हो, तो A ने उसे कितने में ख़रीदा ?

25% = 5/4छुट

20% = $\frac{6}{5}$

10% = 11/10

A × $\frac{5}{4}$ × $\frac{6}{5}$ × $\frac{11}{10}$ = 330

A × $\frac{33}{20}$ = 330

A = 200 Rs

(3) A ने एक वस्तु 10% लाभ पर B को 10% हानि पर C को तथा C ने 20% लाभ पर D को बेचा ! यदि D सामान को Rs 8000 में ख़रीदा हो तो बताओ A ने उसे कितने में ख़रीदा था ?

10% = $\pm\frac{1}{10}+1=\frac{11}{10}$

10% = -1/10 -1 = $\frac{9}{10}$

20% = +1/5 +1 = $\frac{6}{5}$

A × $\frac{11}{10}$ × $\frac{9}{10}$ × $\frac{6}{5}$ = 8000

A = 6734 Rs

(4) A ने एक वस्तु खरीदी B को 25% लाभ पर बेची ! फिर B ने उसे 10% हानि पर बेचा इसके लिये C ने Rs 675 का भुगतान किया तदनुसार, A ने उसे कितना Rs में ख़रीदा था ?

A × 5/4 × 9/10 = 675

A × 45 = 675 × 40

A = 600 Rs **ans.**

Type – 4 जब दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेची जाये

(1) एक दुकानदार दो T.V. सैट को एक ही मूल्य पर बेचता है एक पर उसे 20% का लाभ होता है और दुसरे पर 20% की हानि होती है तो उसे दोनों पर कुल मिलाकर कितने % का लाभ / हानि होती है ?

$(x + y + xy/100)$

+20%-20% - 20× $\frac{20}{100}$

= -4% या 4% की हानि **ans.**

Note :- जब दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेची जाये तथा एक पर x % लाभ तथा x% हानि हो तो(-x/100) कि हानि होगी

(2) एक व्यापारी किसी वस्तु को उसकी लागत में 10% वृद्धि करके बेचता है इसके बाद वह इसके मूल्य में 10% कमी कर देता है उक्त व्यापार में व्यापारी को प्राप्त होता है |

10 – 10 – $\frac{10\times10}{100}$

0 - $\frac{100}{100}$ = - 1 %

= 1 % हानि

(4) एक दुकानदार दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेचता है एक वस्तु पर 3% लाभ तथा दूसरी पर 3% हानि होती है उसे कुल सौदे पर कितने % लाभ या हानि हुई ?

$\frac{3\times3}{100}$= 0.09% की हानि

Type- 5 जब कुछ वस्तुओं का क्रय मूल्य कुछ अन्य वस्तुओं के क्रय मूल्य के बराबर हो

96 X 3/16 = 18

4 = 10

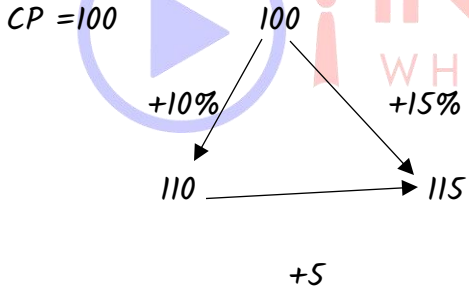
1 = 2.5

100 = 250

CP = 250 Rs

Type – 10 जब कोई वस्तु कम या अधिक में बेची जाये

(1) एक व्यक्ति अपना सामान 10 % लाभ पर बेचता है ! यदि वह 15 % लाभ पर बेचता तो उसे Rs 200 अधिक मिलते ! सामान का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिये !

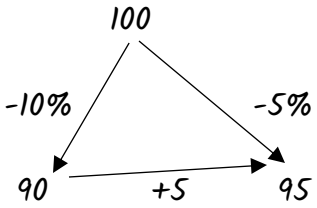


5 =200

1 = 40

100 = 4000

(2) महेश ने एक वस्तु 10 % हानि पर बेची यदि वह उसे 5% हानि पर बेचता तो उसे 60 Rs अधिक मिलते महेश ने वस्तु कितने Rs में खरीदी ?

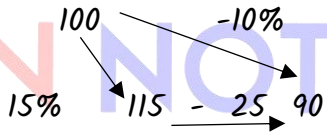


5 = 60

1 = 12

100 = 1200

(3) एक व्यक्ति ने अपना फर्नीचर 15% लाभ पर बेचा यदि वह 10% हानि पर बेचता है तो उसे 500 Rs कम मिलते है ! फर्नीचर का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए !



25 =500

1 =20

100 = 2000Rs

Type – 11 अनुपात पर आधारित प्रश्न

(1) किसी वस्तु के विक्रय मूल्य तथा क्रय मूल्य में 5 : 4 का अनुपात है ! बताइए वस्तु को बेचने में कितने % लाभ हुआ !

CP SP

4 : 5

P = SP –CP

$P = S-4$

$= 1$

$P\% = P/CP \times 100$

$= \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$

(2) किसी वस्तु का क्रय मूल्य ,विक्रय मूल्य का 5/4 है तो वस्तु को बेचने पर कितने % हानि हुई !

$CP = SP \times \frac{5}{4}$

$\frac{CP}{SP} = 5/4$

CP = क्रय मूल्य

SP = विक्रय मूल्य

L = हानि

CP : SP

5 : 4

-1

$L\% = \frac{1}{5} \times 100$

$= 20\%$

(3) एक किताब के क्रय मूल्य तथा विक्रय मूल्य का अनुपात 3 : 4 है तो किताब को बेचने पर कितने % लाभ होगा

CP : SP

3 : 4

+1

$1/3 \times 100 = 100/3 = 33.33\ \%$

(4) एक वस्तु के विक्रय मूल्य तथा लाभ का अनुपात 5 : 2 है वस्तु को बेचने पर कितने % लाभ होगा !

SP : P

5 : 2

$CP = SP - P = 5 - 2$

$CP = 3$

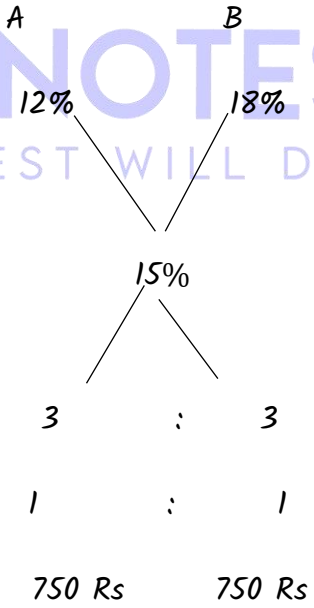
$CP = 3\ ,\ P = 2$

$p\% = \frac{2}{3} \times 100$

$= \frac{200}{3} = 66.66\ \%$

विविध प्रश्न

(1) एक व्यक्ति ने दो घड़िया 1500 Rs में खरीदकर एक को 12% के लाभ पर दूसरी को 18% के लाभ पर बेची जिससे उसे कुल पर 15% का लाभ हुआ ! घड़ियों का अलग -2 क्रय मूल्य बताओ ?



$1 + 1 = 2$

$2 = 1500$

$1 = 750$

(2) मोहन ने 18000 Rs में दो पुराने स्कूटर खरीदकर एक को 25% के लाभ पर ,दुसरे को 20% हानि पर बेचा इस प्रकार उसे न लाभ न हानि हुई तो स्कूटर का अलग -अलग क्रय मूल्य है ?

4+ 5 = 9

9= 18000

1= 2000

A B

+25% -20%

0

20 : 25

4 : 5

8000Rs 10000 Rs

(3) एक कलम 5% हानि पर और एक पुस्तक 15% लाभ पर बेचकर 7 Rs का लाभ कमाता है यदि वह कलम 5% के लाभ और पुस्तक 10% लाभ पर बेचे तो 13 Rs का लाभ कमाता है तो पुस्तक का वास्तविक क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए ?

कलम	पुस्तक	लाभ
-5%	+15%	7Rs
+5%	+10%	13Rs

25% =20

1% = 20/25

100% = $\frac{20}{25} \times 100$

= 80 Rs

(4) एक बेईमान दुकानदार अपनी वस्तुओं को क्रय मूल्य पर बेचने का दावा करता है लेकिन वह 1 kg के बदले 960 gm वजन तोलता है ! उसका लाभ % ज्ञात कीजिए ?

1000 gm → 1000 Rs

CP = 960 Rs →+40 SP = 1000 Rs

40/960 × 100 = 100 /24

= $4\frac{1}{6}$ % P

(5) एक दुकानदार अपनी वस्तुओं को 44% हानि पर बेचने का दावा करता है ,लेकिन वह 30% कम वजन तोलता है ! उसका हानि % ज्ञात करे ?

100 gm →CP =100 Rs

-30% -44%

CP =70 Rs -14 SP = 56 Rs

14/70 × 100 =20%L

(6) एक दुकानदार अपनी वस्तुओं को 10% लाभ पर बेचने का दावा करता है ,लेकिन वह 20%कम वजन तोलता है !उसका लाभ % ज्ञात करे !

100 gm → 100 Rs

10%↑

SP = 110 Rs

80 gm +30

30 /80 × 100 =3000/80= 37.5%

C. 2

D. 1

हल:- प्रश्नानुसार,

त्रिभुजों ABC तथा PQR में,

AB/PQ = BC/QR = ½

तथा ∠B = ∠Q = 60°

ΔABC तथा ΔPQR समरूप हैं।

PR/AC = QR/BC = 2/1

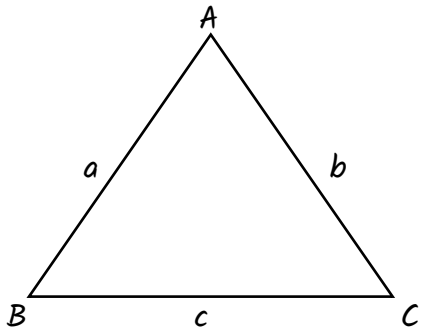
Ans. 2/1

अध्याय – 13

समतलीय आकृतियाँ

त्रिभुज :-

Triangle (त्रिभुज) :- तीन भुजाओं से घिरी बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं।



Coditions :-

- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है !
- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से कम होता है !

$a - b < c$ or $b - c < a$ or $c - a < b$

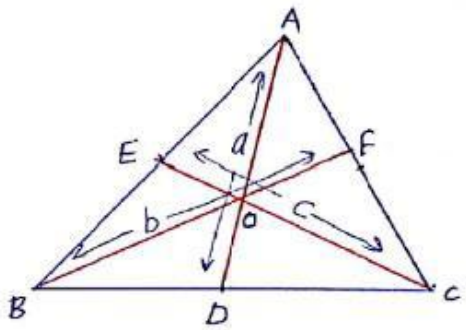
परिमाप $P = a + b + c$,

अर्द्धपरिमाप $S = \frac{a+b+c}{2}$

(हीरेन सूत्र)

क्षेत्रफल $A = \sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-c)}$

माध्यिका :



किसी त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा के मध्य बिंदु को मिलाने वाली सीधी रेखा Δ की माध्यिका कहलाती है !

यहाँ a,b,c, ΔABC की 3 माध्यिकाये है !

अत: BD = DC, AF = FC, व AE = EB

$S = \frac{a+b+c}{2}$ (a, b , c → Δ की माध्यिकाये है)

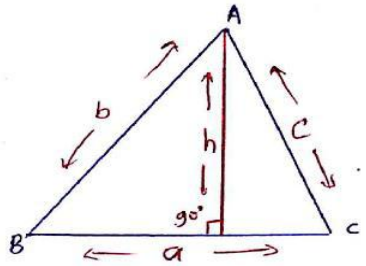
क्षेत्रफल = $\frac{4}{3}\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-c)}$

(a, b, c) माध्यिका वाले Δ का क्षेत्र. = $\frac{4}{3}\times$ (a, b, c) भुजा वाले Δ का क्षेत्रफल

जब Δ की एक भुजा (आधार) व उसकी ऊँचाई (h) दी गई हो तो

Δ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\times$ आधार $\times$ ऊँचाई

= $\frac{1}{2}\times a \times h$



<u>त्रिभुज के प्रकार :-</u>

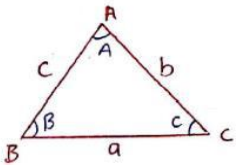
- कोण के आधार पर:-

न्यूनकोण Δ	समकोण Δ	अधिक कोणΔ
तीनो कोण न्यूनकोण (<90°)	एक कोण समकोण (90°)	एक कोण अधिक कोण(>90°)
$c^2<(a^2+b^2)$	$c^2 = a^2+b^2$	$c^2 > a^2+b^2$

(c – सबसे बड़ी भुजा)

- भुजाओं के आधार पर

विषमबाहू त्रिभुज	समद्विबाहू Δ	समबाहू Δ
तीनों कोण तथा तीनों भुजा असमान	दो भुजा और दो कोण बराबर	तीनों भुजाएँ तीनों कोण बराबर प्रत्येक θ =60°



⇒ यदि c < b < a हो तो ∠c < ∠B < ∠A

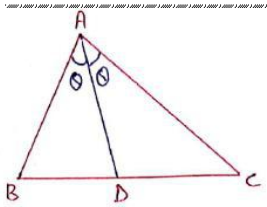
⇒ बड़ी भुजा के सामने → बड़ा कोण

छोटी भुजा के सामने → छोटा कोण

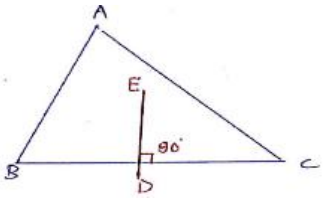
- **कोण का समद्विभाजन :-**

यदि रेखा AD , कोण A को समद्विभाजित करती है तो

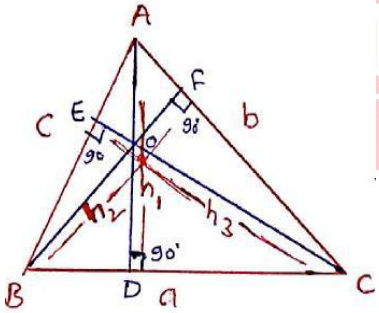
BD : DC = AB : AC



- **भुजा का लम्ब अर्द्धक / समद्विभाजक :-**
- यदि ED रेखा , भुजा BC की लम्ब अर्द्धक है तो BD = DC व ED ⊥ BC होगी
- जब AB = AC हो तो ED , शीर्ष A से गुजरेगी अन्यथा नहीं !



- **शीर्षलम्ब / ऊँचाई :-**



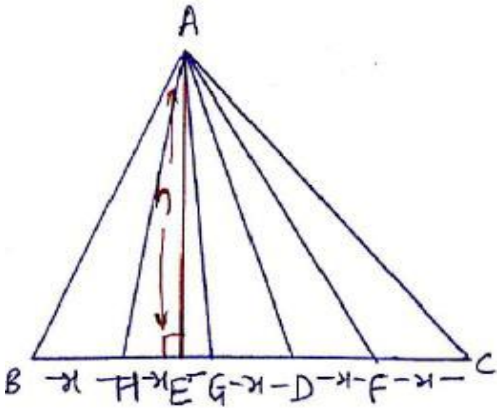
- त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा पर डाला गया लम्ब शीर्षलम्ब (ऊँचाई) कहलाता है !
- AD ⊥ BC, BF ⊥ AC व CE ⊥ AB
- ΔABC का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}ah_1 = \frac{1}{2}bh_2 = \frac{1}{2}ch_3$

$ah_1 = bh_2 = ch_3$

or

$$a : b : c = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$$

- बड़ी भुजा पर शीर्षलम्ब = छोटा
- छोटी भुजा पर शीर्षलम्ब = बड़ा
- समान भुजाओं के शीर्षलम्ब = समान



एक ही शीर्ष तथा एक ही आधार रेखा पर बने सभी त्रिभुजों की ऊँचाईयां(h) बराबर होती हैं तथा इनका क्षेत्रफल आधार की लम्बाईयों के समानुपाती होगा !

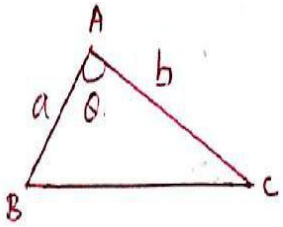
ΔABC का क्षे. : ΔAHD का क्षे. : ΔABF का क्षे.

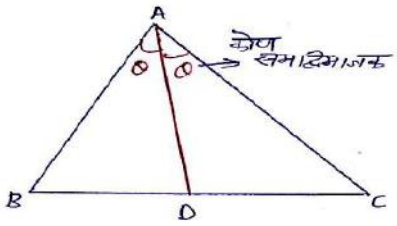
BC : HD : BF

5 : 2 : 4

- जब Δ की दो भुजाओं की लम्बाई व उनके मध्य के कोण का मान दिया हो तो

Δ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$.a.b.sin θ



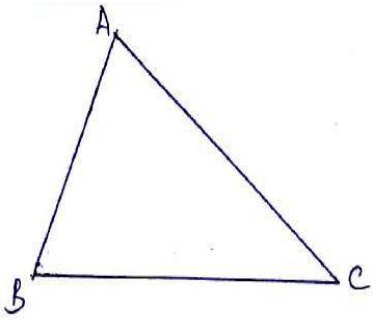


$\frac{1}{2} \times AB \times AD.\sin\theta$

$\frac{1}{2} \times AC \times AD.\sin\theta$

- संकेत $\Delta ABC \cong \Delta PQR$
- $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{1}{1}$

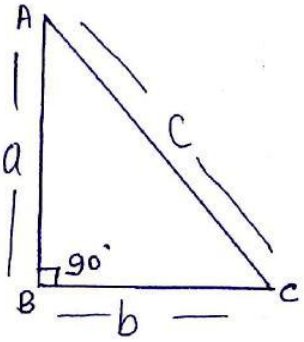
विषमबाहू त्रिभुज :-



शीर्ष , भुजा , माध्यिका ,कोण = असमान

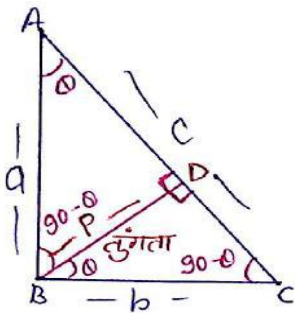
समकोण त्रिभुज :-

$c^2 = a^2 + b^2$ ' पाइथागोरस प्रमेय '



पाइथागोरस त्रिक : - पाइथागोरस प्रमेय दर्शाने वाली भुजाओं का अनुपात :

3 : 4 : 5	12 : 35 : 37
5 : 12 : 13	9 : 40 : 41
8 : 15 : 17	11 : 60 : 61
7 : 24 : 25	48 : 55 : 73
20 : 21 : 29	



तुंगता- समकोण Δ में समकोण से कर्ण पर डाला गया शीर्षलम्ब

समकोण ΔABC का क्षेत्र. $= \frac{1}{2} \times BC \times AB$ -(1)

समकोण ΔABC का क्षेत्र. $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$ -(2)

समी. (1) व (2) से ⟶

$AB \times BC = AC \times BD$

या

लम्ब × आधार = कर्ण × तुंगता

$a \times b = c \times p$ ----(3)

यहाँ $\Delta ABC \sim \Delta ADB \sim \Delta BDC$ है अत : -

$\frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BD} = BD^2 = AD \times DC$ ---(4)

we know that $a \times b = c \times p$

$$\frac{1}{P^2} = \frac{C^2}{a^2 b^2} = \frac{1}{P^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2 b^2}$$

$$P^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2+b^2}$$

or

$$\frac{1}{P^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \quad --(5)$$

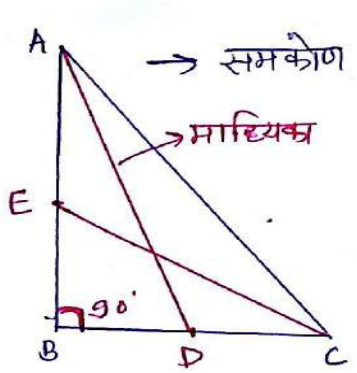
Now $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{BD}$ on Square $\frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AD^2}{BD^2}$

समी. (4) से मान रखने पर

$$\frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AD^2}{AD \times DC}$$

$$\frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AD}{DC}$$

$$AD : DC = AB^2 : BC^2 \text{ ----(6)}$$



समकोण Δ ABC की दो माध्यिका AD व EC हैं !

Δ ABC में $AC^2 = AB^2 + BC^2$ --(1)

Δ ABD में $AD^2 = AB^2 + \frac{BC^2}{4}$ ---(2)

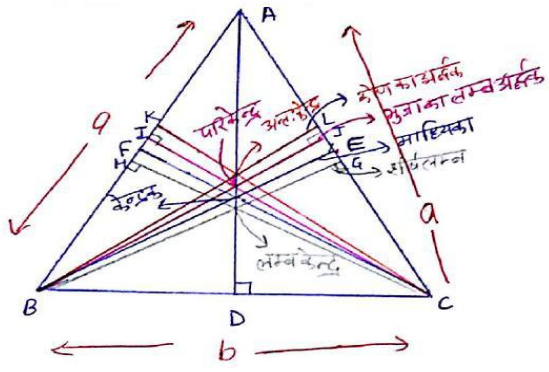
Δ EBC में $CE^2 = BC^2 + \frac{AB^2}{4}$ ---(3)

$\therefore AD^2 + CE^2 = \frac{5}{4} AC^2$

या

$AC^2 = \frac{4}{5}(AD^2 + CE^2)$

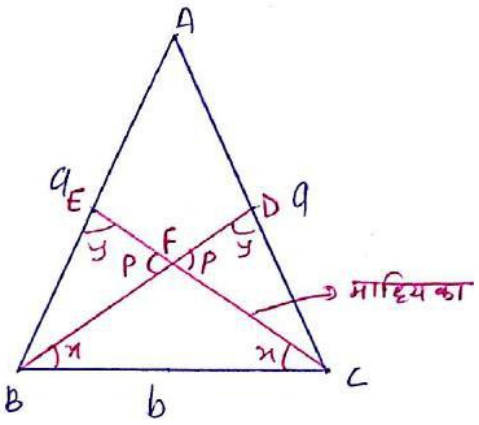
समद्विबाहू त्रिभुज :-



यदि BD व EC ,Δ ABC की माध्यिकाएँ हैं तो Δ BFE ≅ Δ CFD

व

Δ EBC ≅ ΔDCB होंगे !



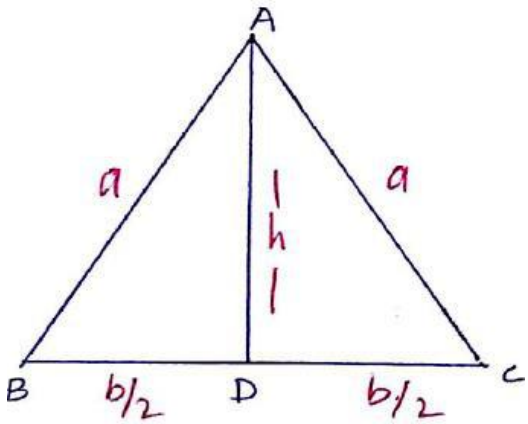
परिमाप व क्षेत्रफल :-

परिमाप P = (2a + b)

ऊचाई $h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$

क्षेत्रफल $A = \frac{1}{2} \times b \times \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$

$A = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$



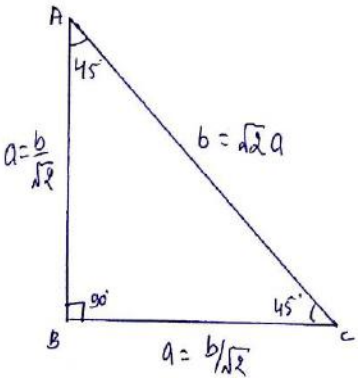
समकोण समद्विबाहू त्रिभुज :-

परिमाप = $2a + \sqrt{2}a = (2+\sqrt{2})a$

$\frac{b}{\sqrt{2}} + \frac{b}{\sqrt{2}} + b = (\sqrt{2}+1)b$ (1)

क्षेत्रफल $A = \frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} (\frac{b}{\sqrt{2}})^2$

$A = \frac{b^2}{4}$ -----(2)

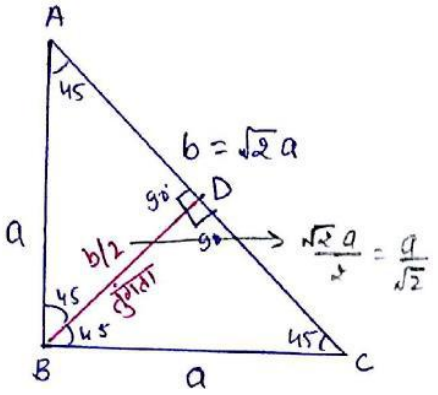


यदि समकोण समद्विबाहू Δ की तुंगता P हो तो यह कर्ण की आधी होगी ! अर्थात

$P = \frac{b}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

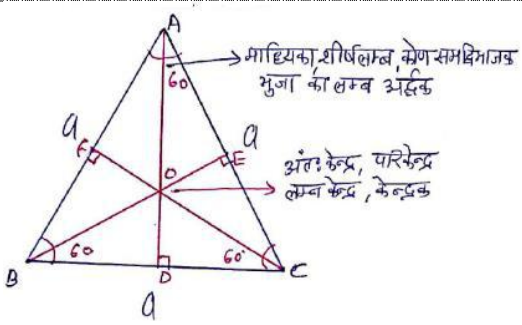
व यहाँ .Δ ABC ~ Δ ADB ~ Δ BDC होंगे !

तथा Δ ADB ≅ Δ CDB होंगे !



समबाहु त्रिभुज :-

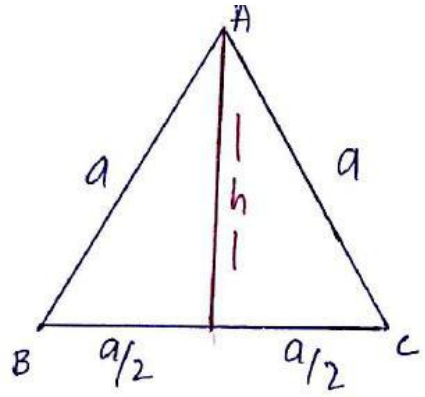
समबाहु Δ में चारों केन्द्र संपाती / अतिव्यापी /आच्छादीत /एक ही बिंदु पर होते हैं !



➡ **परिमाप , क्षेत्रफल व ऊचाई :-**

ऊचाई $h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} a^2$

$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ ----(1)



भुजा $a = \frac{2}{\sqrt{3}} h$ -----(2) or

a : h

2 : $\sqrt{3}$

परिमाप P = 3 a ----(3) क्षेत्रफल

$= 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$p = 2\sqrt{3} h$ ----(4)

समबाहु त्रिभुज में बने अंत : वृत्त , परिवृत्त का क्षेत्रफल :-

अंतः वृत्त की त्रिज्या $R_{(I)} = \frac{h}{3} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ ---(1)

∴अंतः वृत्त का क्षेत्रफल= $\frac{\pi h^2}{9} = \frac{\pi a^2}{12}$ ---(2)

अध्याय-5

गणितीय संक्रियाएँ
Mathematical operations/ coded equation

सामान्यत: संख्याओं पर चार संक्रियाएँ होती हैं।
1. योग (+)

2. अन्तर (-)

3. गुणा (x)

4. भाग (÷)

हर प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिए एक नियम है - BODMAS इसका मतलब है कोष्ठक (Bracket), का (OF), भाग (division), गुणा (multiplication), जोड़ (addition),घटाव (subtraction)

B	O	D	M	A	S
Brackets कोष्टक [ ]	Orders का x	Division भाग ÷	Multiplication गुणा X	Addition जोड़ +	Subtraction घटाव -

Ex1- यदि 'x' का अर्थ '-', ÷ का अर्थ '+', + का अर्थ 'x' हो तो (16 x 5) ÷ 5 + 5 = ?

(a) 16
(b) 26
(c) 36
(d) 46

Ans: (16 x 5) ÷ 5 + 5

सबसे पहले प्रश्न के अनुसार चिन्ह बदलेंगे

(16 - 5) + 5 x 5

अब BODMAS का प्रयोग करेंगे

11 + 5 X 5 = 11 + 25 = 36 **Ans.**

Example :- यदि + का अर्थ x हैं , तथा x का अर्थ ÷ हैं , तथा - का अर्थ + हैं और ÷ का अर्थ - हैं तो निम्नलिखित समीकरण का मान क्या होगा ?

20 - 8 x 4 ÷ 3 +2 = ?

given = + → x

x → ÷

- → +

÷ → -

हल उपरोक्त प्रश्न में चिन्ह परिवर्तित करके लिखने पर
20 + 8 ÷ 4 - 3 x 2

By Bodmas Rule

⇒ 20 + 2 - 3 x 2

⇒ 20 + 2 - 6

⇒ 22 - 6

⇒ 18 Ans

Example :- यदि '+' तथा ÷, x तथा - को समीकरण 17 ÷ 7 - 27 + 9 x 3 में बदल दिया जाये तब इसका मान होगा ?

हल :- $17 \div 7 - 27 + 9 \times 3$

चिन्ह परिवर्तित करने पर

$= 17 + 7 \times 27 \div 9 - 3$

$= 17 + 7 \times 3 - 3$

$= 17 + 21 - 3$

$= 38 - 3 = 35$ Ans

<u>संतुलित समीकरण ज्ञात करना</u> :- इस प्रकार के प्रश्न में विकल्पों में दिए गए गणितीय चिन्हों +, - , x , ÷ प्रयोग करके दिए गए समीकरण में सही विकल्प के अनुसार चिन्हों के स्थान की पूर्ति करनी होती हैं , जिससे समीकरण सन्तुलित हो जाए !

Example :- नीचे दिए गए समीकरण में यदि प्रदत्त उत्तर तक पहुचना है तो विकल्प में दिए गए चिन्हों में से कौन-सा विकल्प उपयुक्त होगा !

31 ? 4 ? 2 ? 1 = 30

(a) x ÷ x (b) - + ÷

(c) + - x (d) - ÷ +

विकल्प (a) रखने पर

$= 31 \times 4 \div 2 \times 1$

$= 31 \times 2 \times 1$

$= 31 \times 2 = 62$

(b) $31 - 4 + 2 \div 1$

$= 31 - 4 + 2$

$= 31 - 2$

$= 29$

(c) $31 + 4 - 2 \times 1$

$= 31 + 4 - 2$

$= 35 - 2 = 33$

(d) $31 - 4 \div 2 + 1$

$= 31 - 2 + 1 = 30$ **Ans.**

option (d) is right Ans

Q. 2 ◊ 4 ✧ 3 ✧ 4 ✧ 9

(a) + - = + (b) + x = -

(c) x ÷ - = (d) x - + =

option (a) $2 + 4 - 3 = 4 + 9$

$6 - 3 = 13$

$3 = 13$ (wrong)

(b) $2 + 4 \times 3 = 4 - 9$

$2 + 12 = -5$

$14 = -5$ (wrong)

(c) $2 \times 4 \div 3 - 4 = 9$

$2 \times \frac{4}{3} - 4 = 9$

$2 \times \frac{4}{3} = 13$

$2 \times 4 = 39$

$8 = 39$ (wrong)

(d) $2 \times 4 - 3 + 4 = 9$

$8 - 3 + 4 = 9$

5 + 4 = 9 (right)

इस प्रकार के question में सभी option को question में रखकर check किया जाता हैं ! जो सभी को संतुष्ट करता हैं , वही सही उत्तर होता हैं !

Ex2- यदि '-' का अर्थ '+', + का अर्थ '-', x का अर्थ '÷' और ÷ का अर्थ 'x' हो तो निम्न में से कौन-सा समीकरण सत्य हैं ?

(a) 30 + 5 -4 ÷10 x 5 =28
(b) 30 + 5 ÷4 -10 x 5 =22
(c) 30 - 5 +4 ÷10 x 5 =62
(d) 30 x 5 -4 ÷10 + 5 = 41

Ans: प्रत्येक विकल्प के चिन्हों को प्रशनानुसार बदलेंगे फिर BODMAS का प्रयोग करेंगे

विकल्प (a) से , 30 + 5 -4 ÷10 x 5 =28

चिन्ह बदलने पर , 30 - 5 + 4 x 10 ÷ 5 =28

30 – 5 + 4 x 2 =28

30 -5 +8 =28

38 -5 =28

33 ≠ 28

ये विकल्प गलत हैं

विकल्प (b), 30 + 5 ÷4 -10 x 5 =22

चिन्ह बदलने पर , 30 - 5 x 4 +10 ÷ 5 =22

30 – 5 x 4 +2 =22

30 -20 +2 =22

32 – 20 =22

12 ≠22 यह विकल्प भी सत्य नहीं हैं

विकल्प (c), 30 - 5 +4 ÷10 x 5 =62

चिन्ह बदलने पर , 30 + 5 -4 x 10 ÷5 =62

30 +5 -4 x 2 =62

30 +5 -8 =62

35 – 8 =62

27 ≠ 62

यह विकल्प भी सत्य नहीं हैं

विकल्प (d), 30 x 5 -4 ÷10 + 5 = 41

चिन्ह बदलने पर , 30 ÷ 5 + 4 x 10 -5 =41

6 + 40 – 5 = 41

46 -5 =41

41 = 41

यह विकल्प सत्य हैं

अंग्रेजी अक्षरों का वास्तविक चिन्हों से परिवर्तन :- इस प्रकार के question के अन्तर्गत अंग्रेजी के अक्षरों के स्थान पर गणितीय चिन्ह प्रयोग करके सभी का मान ज्ञात किया जाता हैं !

Example :- यदि P का अर्थ x , A का अर्थ +, w का अर्थ ÷, तथा y का अर्थ – हैं तो 13 P 3 A 11 y 26 P 6 w 13 A 19 का मान हैं !

(a) 50 (c) 57
(b) 38 (d) 43

Ans (c) 57

given :- 13 P 3 A 11 y 26 P 6 w 13 A 19

80 x 40 + 3 = 6

80 ÷ 40 x 3 = 6

2 x 3 = 6

6 = 6 इस समीकरण में भी यही Method लागू है!

अतः 12 x 4 + 3

= 12 ÷ 4 x 3

3 x 3 = 9

option (b) is right option.

Q. यदि गणितीय चिन्ह + का अर्थ ÷, - का अर्थ x , x का अर्थ - ,तथा ÷का अर्थ + है तब 11 x 7 + 21 x 2 ÷ 2 ÷ 3 – 4 का मान है !

(a) $\frac{68}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{-4}{3}$ (d) $\frac{-8}{3}$

given :- + = ÷

- = x

x = -

÷ = +

Now 11 x 7 + 21 x 2 ÷ 2 ÷ 3 – 4

चिन्ह बदलने पर

= 11 – 7 ÷ 21 – 2 + 2 + 3 x 4

according BODMAS

= $11 - \frac{7}{21}$ - 2 + 2 + 3 x 4

= $11 - \frac{7}{21}$ - 2 + 2 + 12

= $11 - \frac{7}{21}$ - 2 + 14

= $11 - \frac{1}{3}$ - 2 + 14

= $11 - \frac{1}{3}$ + 12

= $\frac{69-1}{3} = \frac{68}{3}$ Ans option (a) is right.

Q. यदि 44 x 75 = 7454 ; 34 x 65 = 6453 ; 24 x 53 = 5452, 14 x 45 = ?

(a) 4432 (b) 4462

(a) 4342 (d) 4451

उपरोक्त प्रश्न में दिए गये समीकरण को देखने पर पता चलता है कि 44 x 75 इस equation में बाई तरफ की संख्या के अंक बदलकर उसमें 10 जोड़कर दाई तरफ की संख्या के दाई तरफ लिखा जाता है ! तथा बाई तरफ की संख्या के दाई तरफ की अंकों में से 1 घटाकर दाई तरफ की संख्या के बाई ओर लिखा जाता है !

अतः option में से क्रमशः जाँच करने पर

14 x 45 = 4451 { 14 ⇒ 41 ⇒ 41 + 10 = 51 ; 45 ⇒ 45 -1 = 44

4451 जो कि option d है ! अतः option d is right answer.

Q. यदि '-' का अर्थ है '÷' , '+' का अर्थ है x , ÷ का अर्थ है - , x का अर्थ है + तो निम्नलिखित में से कौन – सा समीकरण सही है !

(a) 30 – 6 + 5 x 4 ÷ 2 = 27

(b) 30 + 6 – 5 ÷ 4 x 2 = 30

(c) 30 x 6 ÷ 5 – 4 +2 = 32

(d) 30 ÷ 6 x 5 + 4 – 2 = 40

दिया हुआ है, - → ÷

+ → x

÷ → -

x → +

option (a) से

30 – 6 + 5 x 4 ÷ 2 = 27

चिन्ह change करने पर

30 ÷ 6 x 5 + 4 – 2 = 27

5 x 5 + 4 – 2 = 27

25 + 4 – 2 = 27

27 = 27

option (a) is right.

Q. यदि ÷ तथा =, 5 तथा 3 का स्थान परस्पर बदल दे , तो निम्नलिखित में से कौन - सा समीकरण सही हैं ?

(a) 5 = 15 ÷ 3

(b) 5 ÷ 15 = 3

(c) 3 = 5 ÷ 15

(d) इनमें से कोई नहीं !

option (a) से ,

5 = 15 ÷ 3

given 5 → 3 , ÷ → =

परस्पर बदलने पर

3 ÷ 15 = 3

$\frac{1}{5} \neq 3$

(b) से 5 ÷ 15 = 3

3 = 15 ÷ 5

3 = 15 ÷ 5

3 = 3

(b) is right option.

जब भी हम option से Answer का पता लगाते हैं तो यदि (a) से उत्तर प्राप्त हो जाता है तो बाकि option को जाँच करने की कोई आवश्यकता नहीं होती हैं ! यदि (a) से नही (b) से नहीं (c) से नहीं तो Last option तक उत्तर की जाँच करने की आवश्यकता होती हैं !

Q. यदि 526 = 9 और 834 = 9 हो तो 716 = ?

(a) 20 (b) 15

(c) 12 (d) 60

526 = 9 ⇒ 5 + 6 – 2 = 9

8 + 4 – 3 = 9

उपरोक्त समीकरण में दी गई संख्या में प्रथम तथा अन्तिम अंक को जोड़कर बीच वाला अंक घटा दिया जाता हैं !

अत: 716 में

7 + 6 – 1 = 12 **Ans.**

Q. 44 x 75 = 7545 ; 34 x 65 = 6453 ; 24 x 55 = 5452 तो 14 x 45 = ?

(a) 4432 (b) 4462

(c) 4342 (d) 4451

उपरोक्त प्रश्न की equation.

44 x 75 = 7454

यदि 75 – 1 = 74

44 + 10 = 54

तो 14 x 45 = ?

45 – 1 = 44

41 + 10 = 51

= 4451 **Ans.**

EXERCISE

1. '+' का अर्थ गुणा है, ' × भाग के लिए है, ' – जोड़ के लिए है और ÷ घटाव के लिए है, निम्नलिखित समीकरण का क्या अर्थ होगा ?

20 – 8 × 4 ÷ 3 + 2 =?

(a) 41 (b) 19 (c) 16 (d) 18

Ans: (c) **20 – 8 × 4 ÷ 3 + 2 =?**

प्रश्नानुसार चिन्ह बदलने पर ,

20 + 8 ÷ 4 - 3 x 2 =?

20 +2 -6 = 22 -6 =16

2. यदि + का अर्थ – हो , - का अर्थ =हो , = का अर्थ + हो , ÷ का अर्थ > हो और x का अर्थ < हो तो निम्नलिखित समस्या को कैसे हल करेंगे ?

8 +4 - ?

(a) 4 (b) 32 (c) 12 (d) 2

Ans:(a) **प्रश्नानुसार ,**
चिन्ह बदलने पर

8 -4 = ?

? = 4

3. * चिह्नों को बदलने और दिए गए समीकरण को संतुलित करने के लिए गणितीय चिह्नों के सही संयोजन का चयन करें

15 * 24 * 3 * 6 * 17

(a) – ÷ + =

(b) + ÷ – =

(c) + x = ÷

(d) – x = +

ans:(b) विकल्प (a) से

15 –24 ÷3 +6 =17

15 – 8 +6 =17

7 + 6 = 17

13 ≠ 17

विकल्प (b) से

15 +24 ÷3 –6 =17

15 + 8 -6 =17

23 – 6 =17

17 = 17

विकल्प (b) सही है

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

RAS PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=1253s

VDO PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856W18&t=202s

Patwari - https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

VDO Pre. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856W18

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 प्रश्न आये
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)

FREE SAMPLE

RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21नवम्बर2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

FREE SAMPLE

नोट्स खरीदने के लिए इन लिंक पर क्लिक करें

Whatsapp - https://wa.link/gwli3t

Online order - https://bit.ly/rsmssb-cet-notes